



Journal of Greater Khorasan

Vol. 16, No. 60, 2025

Received 14 May 2023 | Revised 24 Nov 2024 | Accepted 21 Oct 2025 | Published 16 Dec 2025

ISSN (Online): 2717-1671

ISSN (Print): 2251-6131

Research article

Algorithmic Design of Karbandi Geometry: A Method for Modeling Karbandi (Case Study: The Karbandi of the Iwān of the Khajeh Rabi' Building in Mashhad)

Hassan Akbari ^{(a)*}, Amir Ahmad Aminian ^(b)

a) M.A. Graduate, Department of Islamic Architecture, Faculty of Engineering, University of Qom, Iran (hassan.akbari852@gmail.com)

b) Assistant Professor of Architecture, Faculty Member of the Department of Architecture and Urban Planning, Khavaran Institute of Higher Education, Mashhad, Iran (amir_58_aminian@yahoo.com)

Keywords

Karbandi Geometry, Iwān of the Khajeh Rabi Mausoleum in Mashhad, Algorithmic Design, Grasshopper

Citation

Akbari, H., & Aminian, A. A. (2025). Algorithmic Design of Karbandi Geometry: A Method for Modeling Karbandi (Case Study: The Karbandi of the Iwān of the Khajeh Rabi' Building in Mashhad). *Journal of Greater Khorasan*, 16(3), 33-54.



Use your device to scan and read articles online

Abstract

Traditional Iranian architecture has an inseparable connection with geometry. Whether in details and decorations or in the overall scheme and structure of an architectural element, the trace of this geometry is evident. The revitalization and reapplication of these geometric principles can hold a special position in reviving the Iranian identity in architecture. Karbandi is a type of vaulting in Iranian architecture which, due to its geometric structure, provided traditional architects with various characteristics. Reviving this geometry and expanding it to create more varied geometries can offer architects diverse design options. The research question of the present study is: Is it possible to redefine the geometry of Karbandi using algorithmic design tools? For this purpose, tools provided by computational design can be used. This approach not only creates an automated process for modeling this geometry but also, by exploring design responses, can lead to new geometries based on Karbandi geometry. The outcome of this process is achieving an algorithmic model of a Karbandi, whose creation process is integrally programmed. The result of developing these algorithms is the ability to draw a Karbandi with any number of subdivisions, to fit various curves as the arch template, and ultimately, to apply this geometry to free-form surfaces.

DOI: <https://doi.org/10.22034/jgk.2025.339739.1119>

URL: https://jgk.imamreza.ac.ir/article_244948.html



©Authors retain the copyright and full publishing rights.

* Corresponding Authors

Introduction

The emergence of computational design has revolutionized architectural tools and methodologies. This evolution has progressed from two-dimensional drawings to three-dimensional modeling, and more recently to advanced simulation and optimization tools. Within this domain, parametric and algorithmic design play pivotal roles. While parametric design establishes relationships dependent on variable inputs, algorithmic design focuses on the underlying logic and process of form generation, where modifying the logic can lead to entirely novel outcomes.

Parallel to this technological progression, Iranian architecture boasts a rich repository of geometric elements, with "Karbandi" being one of the most significant. Karbandi is a three-dimensional vaulted structure composed of intersecting arches, governed by a strict and rule-based geometry. This inherent geometric logic makes Karbandi an ideal candidate for reinterpretation and expansion through computational design tools. Traditional methods for drawing Karbandi, such as Pirnia's chord method and Sharbaf's point-tracking method, both follow consistent geometric rules that can be translated into algorithmic language. The primary research questions are: How can Karbandi geometry be algorithmically redefined? Can altering input parameters within the algorithm generate new and diverse geometries? This research aims to explore the potential of reinterpreting Iranian architectural patterns using computational design. By focusing on Karbandi types with modular divisions of four (4, 8, 12, 16, etc.) based on Sharbaf's method, the study seeks to develop a unified, algorithmic method for its drawing and modeling, ultimately extending its application into non-Euclidean geometric spaces.

Materials and Methods

This research employs a mixed-method approach tailored to its different phases. Initially, a comprehensive literature review

was conducted using documentary and library resources to understand the classification of Karbandi types and their specific drawing methods, particularly Sharbaf's method for single-base and double-base Karbandi with modular-four divisions. Subsequently, a computational modeling method was adopted. The extracted geometric logic was translated into a visual algorithm using Grasshopper (a plug-in for Rhinoceros 3D) and Python programming. The output of this phase is a set of visual algorithms that automate and parameterize the design process.

Findings and Discussion

The primary finding is the development of a unified, algorithmic drawing method for modular-four Karbandi.

Development of a Unified Drawing Logic: For single-base Karbandi, a logic was defined where a network of concentric semicircles and radial lines creates intersection points. These points are numbered, and a rule-based connection pattern is established: starting from a specific point on the first semicircle, it connects to two points (index+1 and index-1) on the next semicircle. This cascading process continues through all semicircles, with final adjustments (removing extra lines) to form the planar Karbandi network. This logic was similarly redefined for double-base Karbandi, with modifications to the starting points and connection rules.

Algorithmic Modeling: These geometric rules were successfully translated into a visual algorithm in Grasshopper, resulting in a reusable component. The component's input parameters are: the span (side of the square), the number of divisions, the radius of the inner "Shamseh" (central star), and the profile arch type. The output is a complete 3D model of the Karbandi, which updates instantly and automatically with any parameter change. This yields several key advantages:

1. **Automation and Precision:** Eliminates the slow, manual drawing process and increases accuracy.

2. **Expanded Design Scope:** Enables the generation of Karbandi with any desired number of divisions (e.g., 36, 72) without traditional limitations.
3. **Sectional Versatility:** Allows the substitution of traditional arches (like the Panj-o-Haft arch) with any custom or free-form curve as the sectional profile, leading to the creation of innovative spatial geometries.

Case Study: The algorithm was validated by modeling the Karbandi in the side Ivan of the Khajeh Rabi Mausoleum in Mashhad. By setting the input parameters (20 divisions, Panj-o-Haft arch, double-base mode) and then selectively removing specific parts of the generated star-shaped network (as per the actual monument), the 3D model was accurately reproduced. This demonstrates the algorithm's efficacy in digitally reconstructing historical examples and adapting to specific architectural contexts.

Extension to Free-Form Surfaces:

Finally, the research extended the application of the Karbandi logic to a free-form surface. The concentric semicircles were replaced by curves on the 3D surface, and corresponding points on these curves were connected using the same core connection logic derived from the Karbandi algorithm. The result is a novel, complex space frame structure rooted in authentic Iranian geometry but manifested in a contemporary, non-Euclidean spatial configuration.

Conclusions

This research successfully demonstrates that the complex geometric logic of Karbandi can be translated into an algorithmic language. This translation not only automates and enhances the precision of the modeling process but also opens new horizons for architectural design. The key achievements include:

- Creating a customized digital tool for generating modular-four Karbandi with

any desired span and number of divisions.

- Enabling the use of any sectional profile (traditional or free-form) to create innovative 3D geometries based on Karbandi logic.
- Demonstrating the feasibility of applying the Karbandi network logic to free-form surfaces, resulting in novel spatial structures.

This approach offers significant potential not only for contemporary architectural design but also for the documentation and restoration of historical buildings. Precisely modeling an existing Karbandi can aid in understanding and reconstructing damaged parts. Furthermore, the algorithm provides a platform for future research, such as structural performance analysis of Karbandi by varying parameters like the Shamseh radius or the arch profile.

Acknowledgment

The authors would like to express their gratitude to Mr. Mehdi Soheili Fard for his collaboration in forming the initial idea of this research.



پژوهشنامه خراسان بزرگ

دوره ۱۶، شماره ۶۰، پاییز ۱۴۰۴

ISC | MSRT | ICI

شاپا الکترونیکی: ۲۷۱۷-۱۶۷۱

شاپا چاپی: ۶۱۳۱-۲۲۵۱

مقاله پژوهشی

طراحی الگوریتمیک هندسه کاربردی؛ ارائه روشی برای مدل سازی کاربردی (نمونه مورد مطالعه: کاربردی ایوان بنای خواجه ربیع مشهد)

حسن اکبری (الف)*، امیر احمد امینیان (ب)

الفدانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه معماری اسلامی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، ایران (hassan.akbari852@gmail.com)

ب) استادیار معماری، عضو هیئت علمی گروه معماری و شهرسازی، موسسه آموزش عالی خاوران، مشهد، ایران

(amir_58_aminian@yahoo.com)

چکیده

معماری سنتی ایران پیوندی ناگسستنی با هندسه دارد، چه در جزییات و تزیینات و چه در کلیات و ساختار یک عنصر معماری، ردپای این هندسه مشهود است. بازنده سازی و به کارگیری مجدد این هندسه ها می تواند از جایگاه های ویژه در راستای احیای هویت ایرانی در معماری برخوردار باشد. کاربردی نوعی پوشش تاقی در معماری ایران است که به دلیل ساختار هندسی خود، ویژگی های مختلفی را در اختیار معماران سنتی قرار می داده است. احیای این هندسه و گسترش آن در راستای ایجاد هندسه هایی متفاوت تر می تواند گزینه های مختلفی از طراحی را در اختیار معماران قرار دهد. سؤال پژوهش حاضر این است که آیا امکان بازتعریف هندسه کاربردی با استفاده از ابزارهای طراحی الگوریتمیک وجود دارد؟ برای این منظور می توان از ابزارهایی که طراحی محاسباتی در اختیار معماران می گذارد استفاده نمود تا علاوه بر ایجاد فرایندی خودکار برای مدل سازی این هندسه، با کاوش در پاسخ های طراحی بتوان به هندسه های جدیدی بر مبنای هندسه ی کاربردی دست یافت. نتیجه این فرایند، دستیابی به مدل الگوریتمیک یک کاربردی است که فرایند ایجاد آن به صورت یکپارچه الگوریتم نویسی شده است. نتیجه ایجاد این الگوریتم ها ترسیم یک کاربردی با هر تعدادی از تقسیمات، انطباق منحنی های مختلف به عنوان لنگه تاق و نیز در نهایت اعمال این هندسه بر روی صفحاتی با فرم آزاد است.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۲۴

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۰۹/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۷/۲۹

تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۹/۲۵

شماره صفحات: ۵۴-۳۳

واژگان کلیدی:

هندسه کاربردی، ایوان بنای خواجه ربیع مشهد، طراحی الگوریتمیک، گرسه پیر

استناد به مقاله:

اکبری، ح؛ و امینیان، ا.ا. (۱۴۰۴). طراحی الگوریتمیک هندسه کاربردی؛ ارائه روشی برای مدل سازی کاربردی (نمونه مورد مطالعه: کاربردی ایوان بنای خواجه ربیع مشهد). پژوهشنامه خراسان بزرگ، ۱۶(۲)، ۵۴-۳۳.



از دستگاه خود برای اسکن و خواندن مقاله به صورت آنلاین استفاده کنید.

DOI: <https://doi.org/10.22034/jgk.2025.339739.1119>



URL: https://jgk.imamreza.ac.ir/article_244948.html



©Authors retain the copyright and full publishing rights.

مقدمه

ظهور طراحی محاسباتی در معماری و تکامل آن در سال‌های اخیر، تحولی شگرف در ابزارها و روش‌های طراحی ایجاد کرده است. این فرایند تکامل، ابتدا با ابزارهای ترسیم دوبعدی آغاز شد و سپس به ترسیم‌های سه‌بعدی گسترش یافت. در ادامه، ابزارهای متنوعی برای شبیه‌سازی، بهینه‌سازی و تحلیل پدید آمدند که فرایند طراحی معماری را به شکل چشمگیری بهبود بخشیدند ([Caetano and Leitão, 2020](#)). درباره ظهور این حوزه که اغلب با عنوان «فناوری در معماری» شناخته می‌شود، دیدگاه‌های گوناگونی وجود دارد که در بخش پیشینه پژوهش به آنها پرداخته خواهد شد. از مهم‌ترین زیرشاخه‌های این حوزه، طراحی پارامتریک و طراحی الگوریتمیک هستند. این دو مفهوم، علی‌رغم شباهت‌های ظاهری، تعاریف متمایزی دارند. طراحی مبتنی بر الگوریتم‌نویسی می‌تواند از طریق تلفیق قدرت خلاقه انسان با قابلیت‌های منحصربه‌فرد رایانه، به ایده‌ها و طرح‌های بسیار متنوع‌تری منجر شود.

کاربندی در واقع تاقی است متشکل از لنگه‌تاق‌های متقاطع که در قالبی ستاره‌شکل با یکدیگر تلاقی می‌کنند. قاعده‌مندی این ساختار و استفاده گسترده از آن در معماری سنتی ایران، منجر به پیدایش گونه‌های متنوعی از کاربردی در آثار به‌جامانده شده است. ([Bozorgmehr, 2006](#)). روش‌های ترسیم متفاوتی نیز برای هر یک از این گونه‌ها تدوین شده که به طور کلی به دو دسته اصلی تقسیم می‌شوند: ۱. روش پیرنیا یا روش وتری، که برای ترسیم کاربردی بر روی کاغذ مناسب است؛ ۲. روش شعرباف یا روش نقطه‌یابی، که بیشتر برای پیاده‌سازی یک‌به‌یک کاربردی بر روی زمین کاربرد دارد ([Reyhani Hamedani, Mohammadian, Mansoor, Afshinmehr, & Bemanian, 2018](#)). هر دو روش از قوانین هندسی پیروی می‌کنند. در نتیجه تمامی مراحل ترسیمات آن‌ها قابل ترجمه به زبان الگوریتم‌ها است.

بعد از این توضیحات، پرسش‌های این پژوهش می‌تواند چنین مطرح شود: چگونه می‌توان هندسه کاربردی را به صورت الگوریتمیک بازتعریف کرد؟ آیا امکان رسیدن به هندسه‌هایی متفاوت با تغییر عوامل و پارامترهای ورودی الگوریتم وجود

دارد؟ در یک نگاه کلی، هدف از این پژوهش بررسی امکان بازتعریف الگوهای هندسی معماری ایرانی با استفاده از قابلیت ابزارهای طراحی محاسباتی است. در این راستا، با انتخاب هندسه کاربردی به‌عنوان یک هندسه ایرانی و با استفاده از روش‌های تعریف‌شده ذیل الگوی طراحی محاسباتی، مراحل این پژوهش شکل خواهد گرفت. نهایتاً در این پژوهش با دسترسی به روشی واحد و الگوریتمیک برای ترسیم کاربردی‌های مضارب ۴، به توسعه هندسه این تاق و تعمیم آن به فضای هندسی ناقیلیدی خواهد پرداخت. نتیجه ابتدایی این فرایند ترسیم و مدل‌سازی خودکار کاربردی است که به دلیل استفاده از الگوریتم‌نویسی از دقت بالایی نیز برخوردار است. در قدم‌های بعدی می‌توان اهداف دیگری را نیز دنبال کرد. الگوریتم‌ها در دنیای طراحی واکاوی بیشتر پاسخ‌های طراحی و نیز رسیدن به پاسخ‌های جدید یا متفاوت را امکان‌پذیر می‌کنند. در نتیجه، با ترجمه منطق طراحی یک کاربردی به زبان رایانه می‌توان علاوه بر خودکارسازی مراحل طراحی، به دنبال واکاوی طراحی‌های متفاوت و حتی ایجاد طرح‌هایی جدید بود.

پیشینه پژوهش

پیشینه این پژوهش در دو زیربخش «طراحی پارامتریک و طراحی الگوریتمیک» و «هندسه کاربردی» مورد بررسی قرار می‌گیرد.

طراحی پارامتریک/ طراحی الگوریتمیک: طراحی محاسباتی فرایندی است که در آن از قابلیت‌های محاسباتی رایانه برای دستیابی به پاسخ مسئله طراحی استفاده می‌شود ([Oxman, 2006](#)). این حوزه دارای زیرشاخه‌های متعددی است که به حوزه‌های گوناگون معماری و حتی سایر شاخه‌های طراحی و مهندسی مرتبط می‌شوند. می‌توان گفت بخش جدایی‌ناپذیر اغلب این زیرشاخه‌ها، پیوند فرایند طراحی با برنامه‌نویسی است. ابزارهایی نیز وجود دارند که استفاده از قدرت برنامه‌نویسی را حتی برای افرادی که دانش برنامه‌نویسی ندارند تسهیل می‌کنند؛ نرم‌افزارهای برنامه‌نویسی تصویری نمونه‌ای از این ابزارها هستند. این پیشرفت‌ها و ابزارها همگی بر اهمیت ظهور طراحی محاسباتی در فرایند طراحی دلالت دارند و در مرتبه بعد، مزیت بهره‌گیری از دانش برنامه‌نویسی را در این فرایند به

تصویر می‌کشند. از زمان ظهور این ابزارها، کلیدواژه «طراحی پارامتریک» بیشترین کاربرد را در دنیای آکادمیک معماری داشته است (Caetano, Leitão, & Santos, 2020). شاید بتوان گفت بیشترین توسعه ابزارهای طراحی محاسباتی نیز در همین حوزه صورت گرفته است. به عنوان مثال، حوزه مدل‌سازی اطلاعات ساختمان و تمامی ابزارهای مرتبط با آن، در ذیل طراحی پارامتریک تعریف می‌شوند. اگرچه برخی از پژوهشگران حوزه طراحی محاسباتی تعریف مشابهی برای طراحی پارامتریک و الگوریتمیک ارائه می‌دهند، اما این دو مفهوم تعاریف متمایزی دارند. طراحی پارامتریک روشی است که در آن نتیجه طراحی به یک یا چند پارامتر وابسته است. در مقابل، طراحی الگوریتمیک فرایندی است که طی آن از الگوریتم‌ها برای دستیابی به پاسخ طراحی استفاده می‌شود (Caetano, et al, 2020). در طراحی پارامتریک، کنترل نتیجه طراحی نه با دخالت مستقیم و تغییر اجزای سازنده، بلکه با تغییر پارامترهای تعیین‌کننده آن انجام می‌شود. در طراحی الگوریتمیک، امکان کنترل مستقیم کمتری بر نتیجه نهایی وجود دارد، اما با تغییر در منطق خلق اثر می‌توان خروجی نهایی را دگرگون ساخت. به بیان دیگر، طرح پارامتریک وابسته به پارامترهای سازنده خود است، در حالی که طرح الگوریتمیک وابسته به منطقی است که الگوریتم بر مبنای آن شکل گرفته است. نکته حائز اهمیت آنکه در بسیاری از موارد، استفاده ترکیبی از این دو روش در فرایند محاسباتی، بهترین پاسخ را برای مسئله طراحی به همراه دارد. نمونه‌های متعددی از کاربرد این مفاهیم برای باززنده‌سازی هندسه‌های معماری سنتی وجود دارد. برای نمونه، محقق و همکاران در پژوهشی با بهره‌گیری از اریگامی و الگوگیری از یک گره اسلامی، به دنبال خلق نمای متحرک و تطبیق‌پذیری بر اساس الگوهای هندسه اسلامی بوده‌اند. آنان سپس این الگوهای جدید را تحت تحلیل نور روز قرار داده‌اند تا عملکرد آنها را در شرایط نور طبیعی بررسی کنند (Mohaghegh, Fallah Zavareh, Tarkashvand, & Faizi, 2021).

مستغنی و علیمردادی نیز در پی یافتن رابطه میان معماری پارامتریک و هندسه فراکتال با مطالعه آرایه داخلی گنبد شیخ‌لطف‌الله بوده‌اند. ایشان پس از واکاوی نمونه‌های این هندسه در طبیعت، آرایه داخلی گنبد مذکور را به صورت پارامتریک بازسازی کرده‌اند (Mostaghni & Alimoradi, 2016). ابراهیم در پژوهشی، افزونه‌ای برای ترسیم چند گره اسلامی ایجاد کرده است (Ibrahim, 2021). رسولی و باستانفرد نیز افزونه‌ای را ایجاد کرده‌اند که می‌تواند یزدی‌بندی را به صورت دوبعدی ترسیم کند و نیز تغییرات محدودی را در آن اعمال نماید (Rasouli and Bastanfard, 2010). این نمونه‌ها عمدتاً ارائه‌ای پارامتریک از هندسه ایرانی یا اسلامی هستند که در آنها تغییری در منطق یا شیوه ترسیم هندسه اعمال نشده است. همچنین، تأثیر فضای پارامتریک بر نتیجه نهایی در آنها چندان مشهود نیست و گویی هندسه صرفاً با ابزاری متفاوت بازترسیم شده است. نمونه‌های دیگری نیز وجود دارند که علاوه بر ارائه پارامتریک هندسه‌های ایرانی یا اسلامی، در پی ایجاد تغییر در آنها نیز بوده‌اند. به عنوان مثال، موتاز و همکاران در پژوهشی، گره سردر مدرسه الشریعه در مصر را با استفاده از ابزار مدل‌سازی پارامتریک مدل‌سازی کرده‌اند تا بتوانند با تغییر در پارامترهای سازنده آن، به هندسه‌های متنوع‌تری از این گره دست یابند (Mutaz, Hassan, & Al-Tamimi, 2021). شهبازی و همکاران نیز در پژوهشی، یک گنبد را انتخاب و سپس با استفاده از مدل‌سازی پارامتریک، گره‌های متفاوتی را بر روی آن اعمال می‌کنند. این مدل‌سازی پارامتریک، این قابلیت را ایجاد می‌کند که گره‌ها با اندازه‌های متفاوتی ایجاد شوند (Shahbazi, Zadeh, & Gholami, 2017). لی و همکاران نیز در پژوهش خود، یک گره اسلامی را انتخاب و سپس آن را به صورت پارامتریک مدل‌سازی کرده‌اند. آنان با استفاده از قابلیت مدل‌سازی پارامتریک توانسته‌اند برای مجموعه‌ای از گره‌ها در کنار یکدیگر، نقطه جذب^۱ تعریف کنند (Lee, Lee, & Kim, 2015). در این پژوهش‌ها، با استفاده از ابزارهای طراحی پارامتریک و الگوریتم‌نویسی،

فرامرزی هم علاوه بر ارائه دسته‌بندی از انواع کاربردی، فرمول جدیدی را برای به دست آوردن تعداد اضلاع کاربردی با توجه به نسبت‌های زمینه آن ارائه می‌دهند ([Mohamadian](#)). [\(Mansoor & Faramarzi, 2012\)](#). ریحانی‌همدانی و همکاران در پژوهش دیگری سعی بر ارائه روشی ریاضی و واحد برای معرفی انواع کاربردی‌های ساده در معماری ایران دارند ([Reyhani Hamedani, Mohammadian](#)). [\(Mansoor, Afshinmehr, & Bemanian, 2018\)](#). در تمامی این موارد، کوششی برای دسته‌بندی یا معرفی هرچه دقیق‌تر هندسه کاربردی انجام‌گرفته است که در آن‌ها ردی از استفاده از ابزارهای طراحی محاسباتی دیده نمی‌شود و از طرفی مقصود این پژوهش‌ها بیشتر ارائه دسته‌بندی از هندسه کاربردی و گونه‌بندی آن است تا توسعه آن. همان‌گونه که پیشتر اشاره شد، دو روش عمده برای ترسیم کاربردی موجود است که در این پژوهش، روش شعریف ([Sha'arabaf, 2006](#)) انتخاب شده است. طبق تصویر ۱، در این کتاب کاربردی‌ها با توجه به شیوه ترسیم به دودسته عمده قالب سرسفت و قالب شاغولی تقسیم شده‌اند و در زیرمجموعه هرکدام نیز دسته‌های یک‌پا و دوپا موجود هستند. در این پژوهش تقسیمات ۸، ۱۲ و ۱۶ (مضارب ۴) برای بررسی و مدل‌سازی انتخاب شده‌اند.

تلاش شده است تا تغییراتی در خروجی و هندسه نهایی ایجاد شده و هندسه‌هایی متفاوت از آنچه در سنت وجود داشته تولید شود. آنچه می‌تواند این پژوهش‌ها را به کمال مطلوب نزدیک‌تر کند، تبدیل منطق خلق یک هندسه ایرانی به زبان الگوریتم‌هاست. با تحقق این تبدیل، به فرایندی کاملاً خودکار برای ایجاد هندسه‌های دوبعدی یا سه‌بعدی دست خواهیم یافت. با توجه به آنچه درباره قدرت ابزارهای الگوریتمیک بیان شد، می‌توان با ایجاد تغییر در منطق طراحی یا حتی جایگزینی برخی ورودی‌ها با ورودی‌های دیگر، به دامنه بسیار گسترده‌تری از نتایج طراحی دست یافت. **هندسه کاربردی:** اغلب تألیفات در مورد هندسه کاربردی یا رسمی‌بندی، سعی در ارائه دسته‌بندی و معرفی آن دارند. امجد محمدی و همکاران سعی در تبیین کاربردی رسمی و اختری بر اساس شیوه ترسیم هندسی آن‌ها دارند ([Amjad, Mohammadi, Nejhad Ebrahim, & Shahbazi, 2020](#)). نژاد ابراهیمی و همکاران در پژوهشی سعی دارند تا تفاوت بین رسمی‌بندی و کاربردی را ارائه دهند. آنان در انتها علاوه بر ارائه یک دسته‌بندی کامل از کاربردی و رسمی‌بندی، شیوه تشخیص این دو عنصر را منوط به نقش سازه‌ای آن‌ها می‌کنند ([Nejad Ebrahimi, Shahbazi, & Amjad Mohammadi, 2017](#)). محمدیان‌منصور و



تصویر ۱: دسته‌بندی انواع کاربردی از نظر شعریف. کاربردی‌های انتخاب‌شده از هر دسته‌بندی برای این پژوهش با رنگ متفاوت مشخص شده‌اند (مأخذ: نگارندگان بر اساس [\(Sha'arabaf, 2006\)](#)).

روش پژوهش

روش این پژوهش، با توجه به اقتضائات مراحل مختلف، رویکردی ترکیبی دارد. بدین ترتیب که در گام نخست، برای گردآوری داده‌ها از روش اسنادی-کتابخانه‌ای استفاده شده است. این مرحله شامل بررسی منابع مرجع، شیوه‌های ترسیم و سایر اطلاعات مرتبط با نحوه رسم کاربردی بوده است. پس از دستیابی به اطلاعات جامع درباره طبقه‌بندی انواع کاربردی و شیوه ترسیم هر یک از آنها، کاربردی‌های مضارب چهار مطابق تصویر ۱ برای مراحل بعدی پژوهش انتخاب شدند.

در گام بعدی، از روش مدل‌سازی رایانه‌ای بهره گرفته شد. با استفاده از ابزارهای مرتبط با این روش (الگوریتم‌نویسی)، منطق ترسیم کاربردی شبیه‌سازی و به زبان قابل فهم برای رایانه تبدیل گردید. نتایج حاصل از این مرحله در قالب الگوریتم‌های تصویری ارائه شده است.

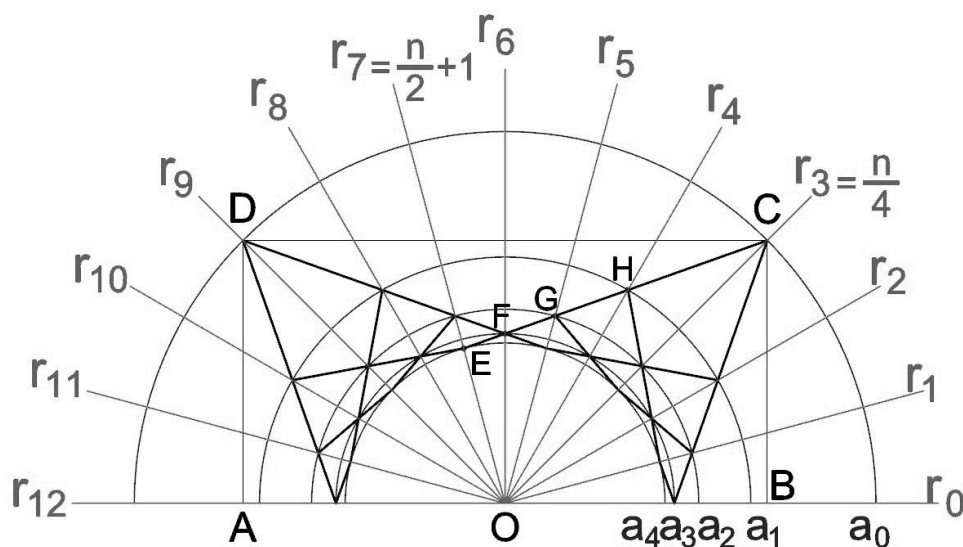
ارائه شیوه ترسیمی واحد برای ترسیم کاربردی‌های انتخابی

بعد از بررسی شیوه ترسیم ارائه‌شده برای هر یک از کاربردی‌های هشت، دوازده و شانزده در حالت یک‌پا و دوپا، می‌توان شیوه ترسیمی واحد و فارغ از تعداد تقسیمات آن‌ها ارائه کرد. با طی مراحل این شیوه ترسیم و جاگذاری مقدار n با یکی از مضارب چهار می‌توان یک کاربردی یک‌پا یا دو پا را با همان تعداد تقسیمات ترسیم کرد. در ادامه به تشریح این شیوه ترسیم و گسترش‌های آن پرداخته می‌شود.

ترسیم کاربردی یک‌پا

برای ترسیم یک کاربردی یک‌پا n ضلعی در پلان می‌توان به شکل زیر عمل کرد. طبق تصویر ۲، ابتدا از مرکز خط AB نیم‌دایره‌ای دلخواه ترسیم‌شده و به n قسمت تقسیم می‌شود. سپس شعاع‌ها (I_0-I_n) ترسیم می‌شود. از برخورد خط عمود بر AB در نقطه‌ی B و شعاع شماره $\frac{n}{4}$ ، نقطه C به دست می‌آید و با شیوه‌ای مشابه نقطه D نیز به دست می‌آید. نیم مربع $ABCD$ زمینه کار است.

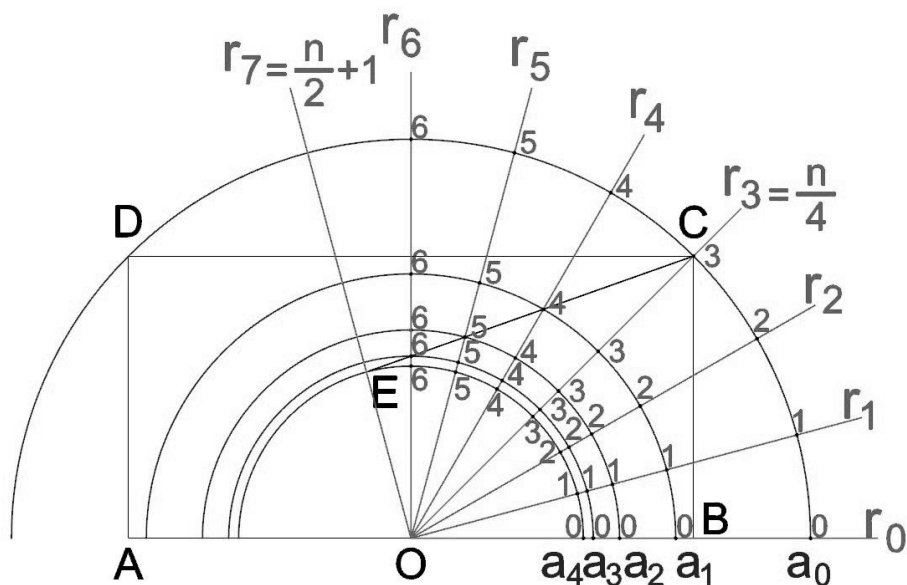
در ادامه برای تعیین قطر داخلی نقطه E بر روی شعاع $\frac{n}{2} + 1$ مشخص می‌شود، OE شعاع داخلی کاربردی است. سپس CE ترسیم می‌شود. محل‌های تقاطع این خط با شعاع‌ها (I_0-I_n) نقاط برخوردی را به دست می‌دهد (نقاط C, E, F, G, H در تصویر ۲) که باید به مرکز O و شعاع هرکدام از این نقاط برخورد نیم‌دایره‌ای ترسیم شود. تعداد این نیم‌دایره‌ها برابر $2 + \frac{n}{4}$ است. از تلاقی شعاع‌ها (I_0-I_n) و نیم‌دایره‌ها $(a_0-a_{n/4+1})$ نقاطی به دست می‌آید که با اتصال آن‌ها به یکدیگر هندسه کاربردی در پلان ایجاد می‌شود. شیوه انتخاب و اتصال این نقاط به یکدیگر بر اساس تعداد تقسیمات رسمی‌بندی متفاوت است و اساس اتصال آن‌ها شروع از نقطه C است، اما ادامه ترسیم خطوط کاربردی به نحوی شهودی انجام می‌گیرد که برای تبدیل آن به زبان الگوریتم‌ها نیازمند تعیین منطق است. از آنجاکه هم تعداد نیم‌دایره‌ها و هم تعداد شعاع‌ها با توجه به تعداد تقسیمات نهایی متفاوت است، باید همانند مراحل قبلی به شیوه‌ای واحد برای اتصال نقاط برخورد با یکدیگر دست یافت.



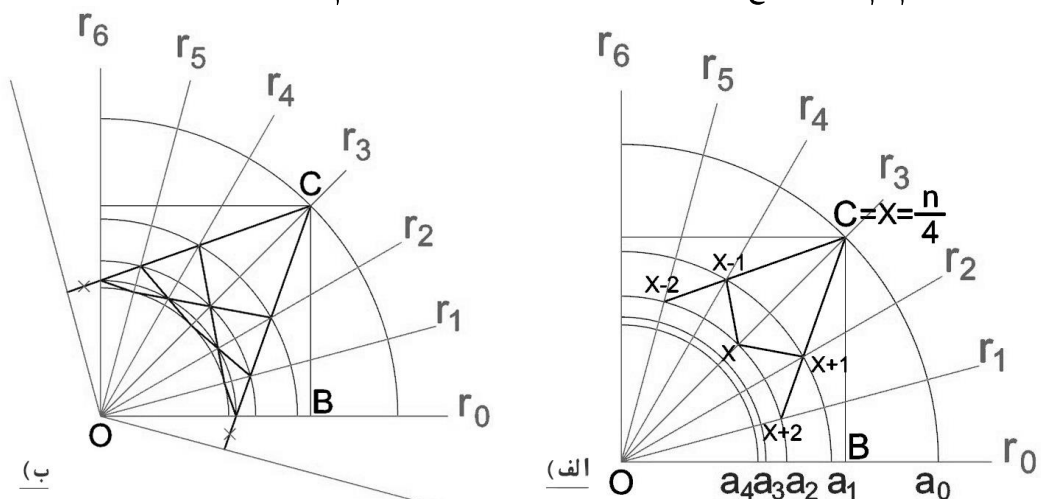
تصویر ۲: نمونه مراحل ترسیم یک کاربردی یک‌پا در پلان. $N=12$ (مأخذ: نگارندگان)

شماره نقاط روی نیم‌دایره بعدی به ترتیب $x - 1$ و $x + 1$ خواهد بود. این دو نقطه جدید نیز هرکدام به دو نقطه دیگر بر روی نیم‌دایره بعدی متصل می‌شوند که شماره این نقاط به ترتیب $x - 2$ ، x ، و $x + 2$ خواهد بود (تصویر ۴-الف). این منطق مرحله‌به‌مرحله تا نیم‌دایره انتهایی ادامه دارد و از مجموع خطوط ایجاد شده در مرحله آخر، خطوط ابتدایی و انتهایی حذف می‌شوند (تصویر ۴-ب). به این ترتیب، برای اتصال نقاط برخورد و ترسیم هندسه نهایی در کاربردی یک‌پا با تعداد تقسیمات n می‌توان به شکل بالا عمل کرد.

از طریق این مراحل می‌توان به منطقی الگوریتمیک برای اتصال نقاط دست یافت. ابتدا باید مراحل ترسیم تا به دست آمدن نیم‌دایره‌ها $(a_0 - a_{n/4+1})$ و شعاع‌ها $(r_0 - r_n)$ ادامه یابد. واضح است که تعداد نیم‌دایره‌ها و شعاع‌ها وابسته به تعداد تقسیمات کاربردی است. مطابق تصویر ۳، نقاط برخورد روی هر یک از نیم‌دایره‌ها شماره‌گذاری می‌شوند (برای اختصار $x = \frac{n}{4}$). از نقطه C (نقطه شماره x) بر روی نیم‌دایره a_0 به دو نقطه دیگر بر روی نیم‌دایره بعدی متصل می‌شود. شماره نقاط از نیم‌دایره بعدی از شماره نقطه نیم‌دایره فعلی بعلاوه و منهای یک واحد به دست می‌آید.



تصویر ۳: ترسیم نیم‌دایره‌ها و شعاع‌ها و شماره‌گذاری نقاط برخورد بر روی هر یک از نیم‌دایره‌ها. $N=12$ (مأخذ: نگارندگان)



تصویر ۴: ترسیم خطوط بین نقاط برخورد. الف) شروع ترسیم از نقطه x بر روی نیم‌دایره a_0 و اتصال به دو نقطه دیگر بر روی نیم‌دایره بعدی. ب) ترسیم تمامی خطوط و حذف دو خط ابتدایی و انتهایی از دسته خطوط آخر. $N=12$ (مأخذ: نگارندگان)

با طی این مراحل، می‌توان روشی واحد و فارغ از تعداد تقسیمات برای ترسیم کاربردی‌های یک‌پارائه داد. حال باید با استفاده از الگوریتم‌نویسی و تبدیل این مراحل به زبان رایانه، به دنبال ایجاد منطق ترسیم کاربردی به‌صورت الگوریتمیک بود.

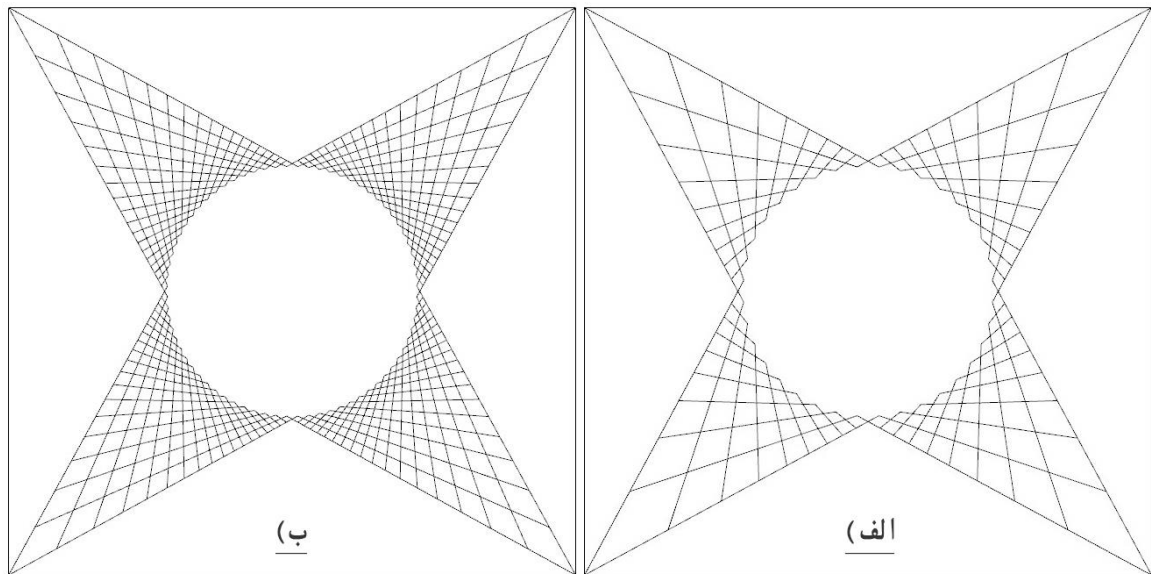
برای ایجاد منطق ترسیم کاربردی به‌صورت الگوریتمیک می‌توان از ابزار برنامه‌نویسی تصویری گرسه‌پا^۱ و نیز از زبان برنامه‌نویسی پایتون^۲ استفاده کرد. گرسه‌پا افزونه‌ای بر روی نرم‌افزار مدل‌سازی سه‌بعدی راینو^۳ است که امکانات لازم جهت مدل‌سازی الگوریتمیک کاربردی را فراهم می‌آورد. ابتدا باید مراحل ترسیم کاربردی را تا ایجاد نقاط برخورد بین نیم‌دایره‌ها و شعاع‌ها پیش برد. در اینجا برای انتخاب نقاط برخورد و اتصال آن‌ها به یکدیگر (مانند تصویر ۴) نیاز به ایجاد

فهرستی از اعداد داریم که اعضای آن نمایانگر شماره نقاط بر روی نیم‌دایره‌ها هستند. طبیعی است که تعداد اعضای این لیست با توجه به تعداد تقسیمات متغیر خواهد بود. برای مثال، در تصویر ۵، برای یک کاربردی ۱۶ یک‌پا، یک لیست با ۶ زیرمجموعه ایجاد شده است. تعداد این زیرمجموعه‌ها متناظر با تعداد نیم‌دایره‌هایی است که در مراحل ترسیم ایجاد می‌شود، یعنی در اینجا $2 + \frac{16}{4} = \frac{n}{4} + 2$ یا به عبارتی ۶ نیم‌دایره و ۶ زیرمجموعه از اعداد موجود است. هر زیرمجموعه نیز شامل اعدادی است که شماره نقاط بر روی نیم‌دایره‌ها را نشان می‌دهد. مثلاً زیرمجموعه سوم در تصویر ۵، شماره نقاط قرارگرفته بر روی نیم‌دایره a_2 را نشان می‌دهد که عبارت‌اند از نقاط ۲، ۴ و ۶.

تصویر ۵: لیست ایجادشده برای انتخاب شماره نقاط برای کاربردی ۱۶ یک‌پا. هر زیرمجموعه از این لیست با شماره نقاط موجود بر روی یک نیم‌دایره متناظر است. $X = \frac{n}{4}$ (مآخذ: نگارندگان)

داد. به‌طور مثال، تصویر ۶، کاربردی‌های ۳۶ و ۷۲ را در پلان نمایش می‌دهد که حاصل معادل قرار دادن عدد تقسیمات در الگوریتم با اعداد ۳۶ و ۷۲ است. تا اینجا یک کاربردی در پلان و به‌صورت پارامتریک ایجاد شده است. در مرحله بعدی باید به سه‌بعدی‌سازی این کاربردی پرداخت که برای این کار ابتدا یک قوس پنج او هفت تند به‌عنوان قوس مقطع انتخاب می‌شود تا با تطبیق این قوس با هندسه کاربردی در پلان، کاربردی به‌صورت سه‌بعدی و با تمام ویژگی‌های قبلی ایجاد شود.

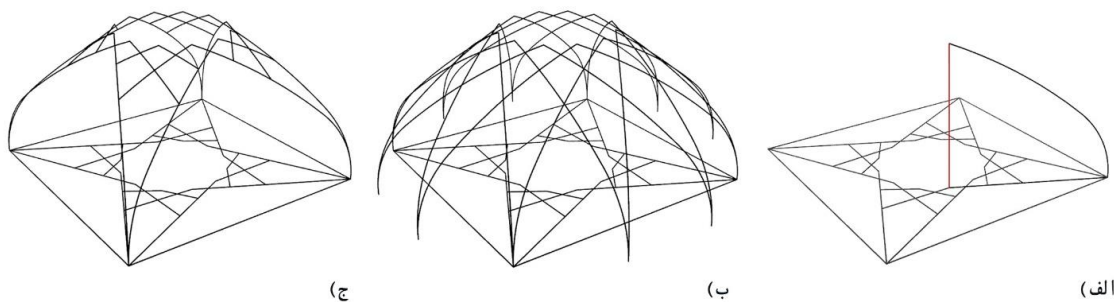
بعد از تبدیل مراحل ترسیم این کاربردی به زبان رایانه، می‌توان مضارب بالاتری از تقسیمات را ترسیم کرد، زیرا تمامی مراحل ترسیم یک کاربردی فارغ از توجه به تعداد تقسیمات آن، فرمول‌نویسی و سپس الگوریتم‌نویسی شده است. از آنجایی که این مراحل ترسیم بر مبنای تقسیمات مضارب ۴ است، در نتیجه می‌توان با معین‌سازی هر مضربی از عدد ۴، کاربردی متناسب با آن را ترسیم کرد. این قابلیت حاصل ایجاد منطق ترسیم یک کاربردی در فضای مدل‌سازی الگوریتمیک و نیز پارامتریک است که در نتیجه آن می‌توان با تغییر پارامترهای ورودی الگوریتم نتیجه خروجی آن را تغییر



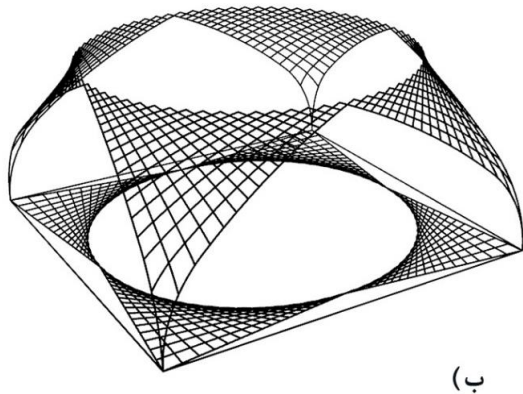
تصویر ۶: ایجاد تقسیمات بالاتر کاربردی یک‌پا. الف) کاربردی ۲۶ یک‌پا. ب) کاربردی ۷۲ یک‌پا (مأخذ: نگارندگان)

برای تبدیل هندسه دوبعدی به سه‌بعدی، ابتدا باید یک قوس مقطع انتخاب شود. در اینجا، قوس «پنج‌اوهفت تند» برای تطبیق با هندسه کاربردی برگزیده شده است. سپس نیمی از این قوس بر خطوط هندسه دوبعدی ایجاد شده منطبق می‌گردد (تصویر ۷-الف). پس از تطبیق قوس مذکور با تمامی خطوط سازنده کاربردی در پلان، مجموعه‌ای از خطوط در فضای سه‌بعدی حاصل می‌شود که مطابق هندسه کاربردی با یکدیگر تلاقی می‌کنند (تصویر ۷-ب). در گام پایانی، بخش‌های اضافی این قوس‌ها حذف می‌شوند تا کاربردی نهایی شکل گیرد (تصویر ۷-ج).

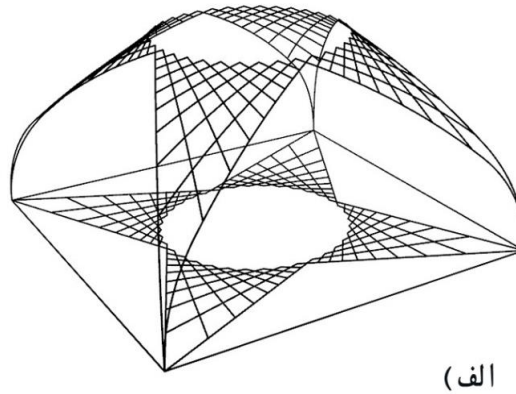
با افزودن این مراحل به الگوریتم پیشین، فرایند مدل‌سازی کاربردی با تقسیمات دلخواه به صورت خودکار و پارامتریک درآمد. در نتیجه این فرایند، می‌توان کاربردی را صرفاً با تعیین پارامترهای سازنده آن—یعنی تعداد تقسیمات، قوس مقطع و اندازه دهانه داخلی—ایجاد کرد، بدون آنکه نیاز به طی کردن مراحل ترسیم دستی باشد. تصویر ۸ دو نمونه کاربردی یک‌پا را نشان می‌دهد که با استفاده از این الگوریتم و با تعداد تقسیمات بیشتر و قوس پنج‌اوهفت تند ترسیم شده‌اند.



تصویر ۷: مراحل تطبیق قوس پنج‌اوهفت بر یک کاربردی ۱۲ یک‌پا. الف) تطبیق نیم‌قوس با یکی از اضلاع هندسه دوبعدی کاربردی. ب) تطبیق نیم‌قوس با تمامی هندسه. ج) حذف بخش‌های اضافی به منظور رسیدن به هندسه نهایی کاربردی (مأخذ: نگارندگان)



(ب)

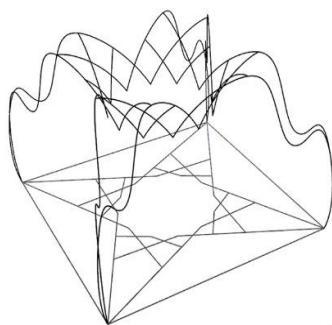


(الف)

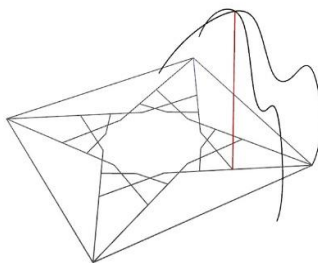
تصویر ۸: مدل سازی کاربردی با استفاده از الگوریتم ایجاد شده با پارامتر تقسیمات و دهانه داخلی مختلف و قوس مقطع پنج او هفت تند. (الف) کاربردی ۳۶ یک پا. (ب) کاربردی ۷۲ یک پا (مأخذ: نگارندگان)

پس از تطبیق این منحنی با خطوط کاربردی در پلان، نقاط برخورد خطوط کاربردی در فضای دوبعدی، متناظر با نقاط برخورد در فضای سه بعدی هستند؛ یعنی نقاطی که در آنها هر قوس با منحنی انتخابی تلاقی می کند (تصویر ۹-ب). با استفاده از این نقاط، می توان بخش های اضافی منحنی ها را حذف کرد و به هندسه ای سه بعدی مبتنی بر منطق ترسیم کاربردی دست یافت.

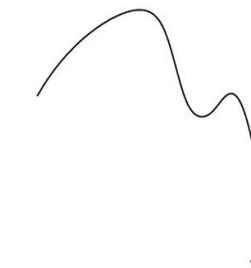
تا اینجا، بخشی از مزایای تبدیل منطق ترسیم و مدل سازی کاربردی با ابزارهای طراحی الگوریتمیک به زبان رایانه مشخص شد. در این مرحله، می توان به ایجاد تغییر در پارامتر قوس مقطع به عنوان دیگر پارامتر ورودی الگوریتم پرداخت. به دلیل ساختار متقاطع هندسه کاربردی در پلان، همان گونه که در تصویر ۹ مشاهده می شود، می توان حتی یک منحنی فرم آزاد را نیز به عنوان قوس مقطع کاربردی در نظر گرفت.



(ج)



(ب)



(الف)

تصویر ۹: انطباق یک منحنی با فرم آزاد بر هندسه کاربردی. (الف) منحنی فرم آزاد. (ب) تطبیق منحنی با خطوط هندسه دوبعدی کاربردی و تناظر نقاط برخورد در فضای دوبعدی و سه بعدی. (ج) تطبیق منحنی فرم آزاد با هندسه کاربردی و ایجاد کالبدی جدید بر مبنای هندسه کاربردی (مأخذ: نگارندگان).

بیشتری یافت. تمامی این مراحل برای کاربردی های دوپایی که تقسیمات آنها مضرب چهار است نیز قابل اجراست. با توجه به تفاوت در شیوه ترسیم و ضرورت استخراج منطق مختص این کاربردی ها، در ادامه روش ترسیم آنها نیز ارائه می شود.

ترسیم کاربردی دویا (با تعداد اضلاع مضارب ۴)

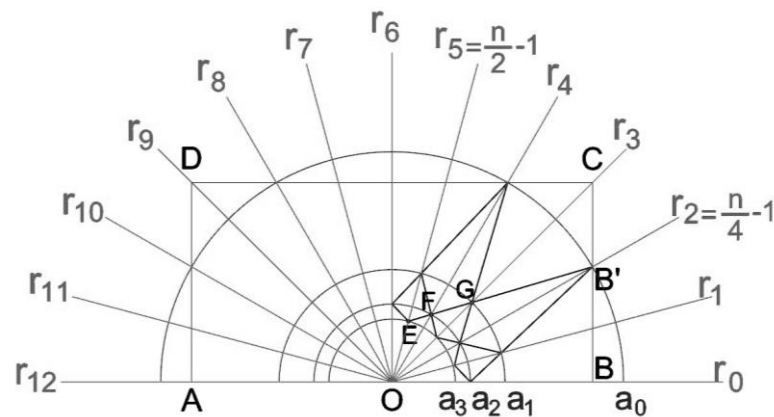
در کاربردی های دویا، علاوه بر تقسیمات مضارب ۴، تقسیمات دیگری نیز وجود دارند (مانند ۱۴)، اما در پژوهش

افزودن نگاه و ابزارهای حاصل از تفکر الگوریتمیک به شیوه ها و ابزارهای سنتی طراحی، در بسیاری از موارد به توسعه و بهبود فرایند طراحی می انجامد. در مراحل شرح داده شده، نگاه الگوریتمیک به منطق ایجاد کاربردی این امکان را فراهم آورد که مراحل ترسیم به صورت خودکار انجام شود و با افزودن قابلیت انتخاب تعداد تقسیمات و رفع محدودیت های سنتی، دامنه ترسیمات گسترش یابد. در ادامه نیز با تطبیق مقاطعی غیر از قوس های سنتی—از جمله منحنی های فرم آزاد—گزینه های در دسترس برای مدل سازی، توسعه

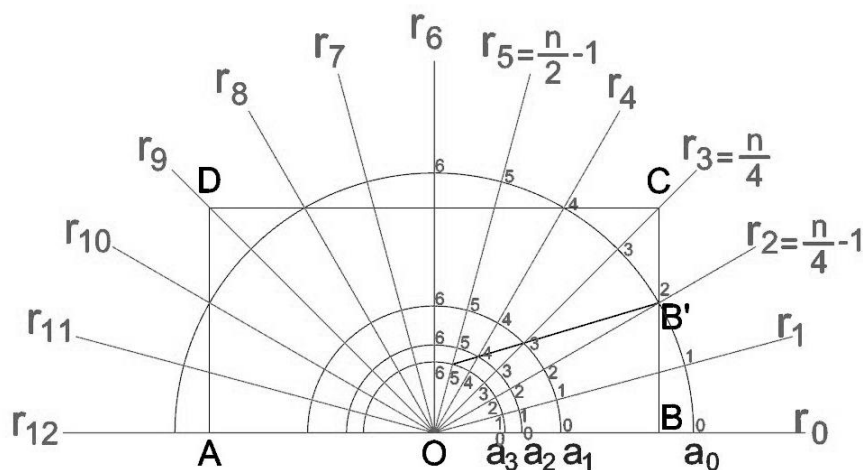
شماره‌گذاری شوند. در اینجا شروع ترسیم هندسه از دو نقطه شماره $x - 1$ و $x + 1$ بر روی نیم‌دایره a_0 است (برای اختصار $x = \frac{n}{4}$). حال باید هرکدام از این نقاط به دو نقطه دیگر روی نیم‌دایره بعدی متصل شوند. شماره نقاط بعدی از شماره نقطه فعلی بعلاوه و منهای یک واحد ساخته می‌شود. در نتیجه، شماره نقاط بر روی نیم‌دایره a_1 به عبارت $x - 2$ ، x و $x + 2$ هستند (تصویر ۱۲-الف). این شیوه اتصال نقاط تا نیم‌دایره انتهایی به پیش می‌رود و فقط از مجموع خطوط ایجاد شده در مرحله آخر، دو خط ابتدایی و انتهایی حذف می‌شوند (تصویر ۱۲-ب). بدین ترتیب، هندسه کاربردی دوپا نیز برای تعداد تقسیمات مضرب ۴ قابل الگوریتم‌نویسی است. نمونه لیست ایجاد شده از شماره نقاط برای انتخاب نقاط برای یک کاربردی دوپای ۱۶، در تصویر ۱۳ آمده است. به دلیل مشابهت در ایجاد این لیست و لیست اعداد ایجاد شده برای کاربردی ۱۶ یک‌پا، از توضیح چگونگی ایجاد آن و نیز معرفی اعضای آن صرف‌نظر می‌شود.

حاضر، این دست از کاربردی‌ها مورد بررسی قرار نگرفته‌اند. برای ترسیم یک کاربردی دوپا، ابتدا باید چهارضلعی ABCD مطابق با آنچه در توضیحات کاربردی یک‌پا گفته شد، ترسیم شود. نقطه E روی شعاع $1 - \frac{n}{2}$ تعیین می‌شود که OE شعاع داخلی کاربردی یا شعاع شمشه آن است. محل‌های تقاطع خط $B'E$ با شعاع‌های ترسیمی $(I_0 - I_n)$ نقاطی را به دست می‌دهد (نقاط F و G در تصویر ۱۰) که باید نیم‌دایره‌هایی به مرکز O و شعاع هرکدام از این نقاط ترسیم شود. تعداد این نیم‌دایره‌ها $1 + \frac{n}{4}$ است. از برخورد این نیم‌دایره‌ها $(a_0 - a_{n/4})$ با شعاع‌ها $(I_0 - I_n)$ نقاطی به وجود می‌آید که با اتصال آن‌ها به یکدیگر، هندسه کاربردی دوپا در پلان ایجاد می‌شود (تصویر ۱۰).

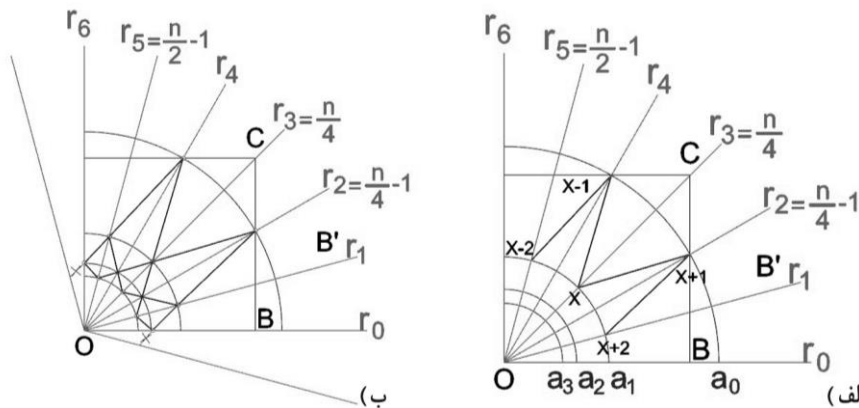
پس از طی این مراحل، نیاز است تا فرایندی مشابه آنچه برای کاربردی یک‌پا بیان شد، رقم بخورد تا بتوان منطقی برای اتصال نقاط برخورد و ترسیم هندسه نهایی کاربردی دوپا ایجاد کرد. برای این کار، باید تمامی نقاط حاصل از برخورد شعاع‌ها $(I_0 - I_n)$ و نیم‌دایره‌ها $(a_0 - a_{n/4})$ مانند تصویر ۱۱



تصویر ۱۰: نمونه مراحل ترسیم یک کاربردی دوپا در پلان N=12 (مأخذ: نگارندگان)



تصویر ۱۱: شماره گذاری نقاط برخورد بین نیم دایره ها و شعاع های ترسیم شده $N=12$ (مأخذ: نگارندگان)



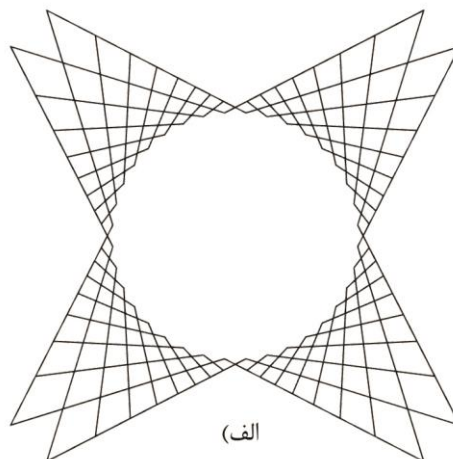
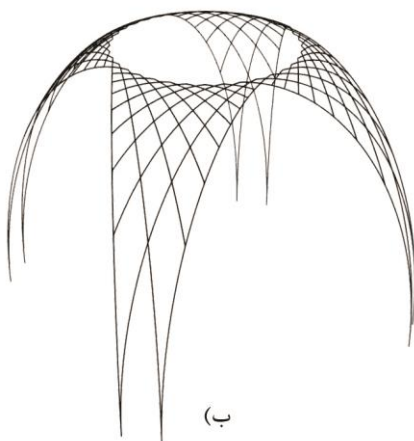
تصویر ۱۲: ترسیم خطوط هندسه کاربردی در پلان بین نقاط برخورد. (الف) شروع ترسیم از نیم دایره a_0 و از نقاط $x-1$ و $x+1$. (ب) حذف دو خط انتهایی و ابتدایی ترسیم شده از دسته خطوط ایجاد شده در مرحله آخر $N=12$ (مأخذ: نگارندگان)

$$\text{index_list} = \underbrace{[[x-1, x+1]]}_{a_0}, \underbrace{[[x-2, x, x+2]]}_{a_1}, \underbrace{[[x-3, x-1, x+1, x+3]]}_{a_2}, \underbrace{[[x-4, x-2, x, x+2, x+4]]}_{a_3}, \underbrace{[[x-5, x-3, x-1, x+1, x+3, x+5]]}_{a_4}$$

تصویر ۱۳: لیست ایجاد شده برای انتخاب شماره نقاط برای کاربردی ۱۶ دوبا. هر زیرمجموعه از این لیست با نقاط یک نیم دایره متناظر است $n=16$ و $X=\frac{n}{4}$ (مأخذ: نگارندگان)

که در فرایند ترسیم کاربردی یک پا ایجاد شد، برای کاربردی دوبا نیز قابل اعمال است. در اینجا نیز می توان هم از تقسیمات بالاتر استفاده کرد و هم مقاطعی غیر از قوس های سنتی را به کار گرفت. تصویر ۱۴ یک کاربردی ۳۲ دوبا با قالب سرسفت را نشان می دهد که با استفاده از قوس بیز تند و به کمک الگوریتم توسعه یافته ایجاد شده است.

اکنون می توان منطق ایجاد کاربردی دوبا را نیز به زبان رایانه و با استفاده از الگوریتم ها بازتعریف کرد. برای دستیابی به هندسه سه بعدی کاربردی دوبا، باید فرایندی مشابه آنچه برای کاربردی یک پا شرح داده شد طی شود. با توجه به تشابه مراحل دستیابی به مدل سه بعدی در هر دو نوع، از توضیح مجدد این مراحل صرف نظر می شود. گسترش هایی



تصویر ۱۴: نمونه کاربردی دو پا ایجاد شده با الگوریتم موجود با تعداد تقسیمات ۳۲ و استفاده از قوس بیز تند به عنوان قوس مقطع (مأخذ: نگارندگان)

ساخت این بنا بر روی مزار خواجه ربیع، توسط شاه عباس و با مشورت شیخ بهایی صادر شد. بنای فعلی اگرچه چندین بار مرمت شده، اما اساس آن همان است که در سال های

مدل سازی کاربردی ایوان مقبره خواجه ربیع مشهد
مقبره خواجه ربیع در شمال شهر مشهد، یکی از بناهای مذهبی و تاریخی مهم خراسان بزرگ به شمار می رود. دستور

توسعه یافته، کاربردی موجود در ایوان کناری آن مدل سازی می گردد.

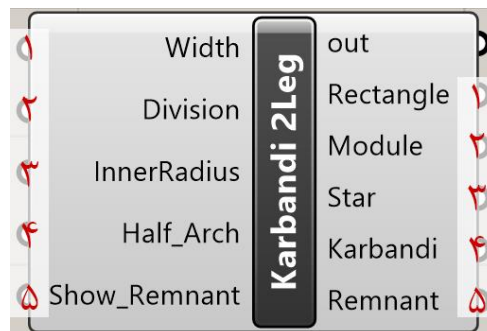
۱۰۲۶ تا ۱۰۳۱ هجری قمری ساخته شده است. در بخش های مختلف این بنا از کاربردی استفاده شده که در اینجا، با بهره گیری از روش شرح داده شده و الگوریتم



تصویر ۱۵: کاربردی ایوان کناری مقبره خواجه ربیع مشهد (URL: 1, 2)

از آنجا که کاربردی قابلیت تطابق و انعطاف بالایی برای فضاهای مختلف دارد، معماران سنتی در بسیاری از موارد تغییراتی در آن ایجاد می کردند تا به ترکیب مطلوب خود دست یابند. در نمونه مورد بررسی نیز، عضوی به نام «شاهپرک» از مجموعه اعضای کاربردی حذف شده است.

سقف این ایوان، بر اساس روش مدل سازی شرح داده شده، یک کاربردی ۲۰ دوبا با قالب شاغولی است (تصویر ۱۵). بر اساس دسته بندی محمدیان منصور، این کاربردی از نوع «رسمی مرکب {۲۰/۷}» محسوب می شود (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۰)؛ به این معنا که یک کاربردی ۲۰ ضلعی است که در آن رؤس به صورت هفت به هفت به یکدیگر متصل شده اند (تصویر ۱۸-الف).

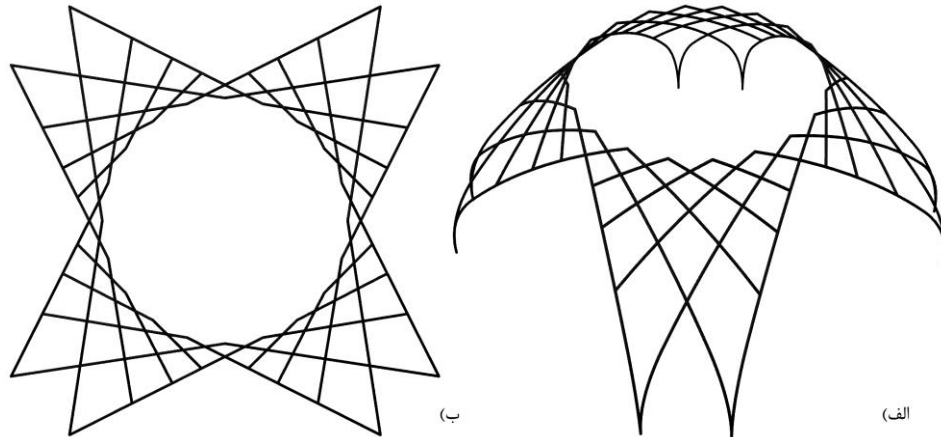


تصویر ۱۶: نمونه کامپوننت ایجاد شده برای تولید کاربردی دوبا. پارامترهای ورودی (سمت چپ): ۱. ضلع دایره محاطی کاربردی در پلان. ۲. تعداد اضلاع کاربردی. ۳. شعاع شمسه داخلی. ۴. قوس مقطع. ۵. تغییر بین دو حالت کاربردی دوبا و نشان دادن تمامی اضلاع کاربردی. مقادیر خروجی (سمت راست): ۱. مربع محاطی. ۲. یک چهارم ترسیم کاربردی در پلان. ۳. کاربردی ایجاد شده در پلان. ۴. کاربردی ایجاد شده با قوس مقطع ورودی به شکل سه بعدی. ۵. اضلاع حذف شده کاربردی (مأخذ: نگارندگان)

پارامترهای ورودی و سمت راست آن پارامترهای خروجی قرار دارد. با تعیین ضلع مربع محاطی، تعداد اضلاع کاربردی،

خروجی الگوریتم نوشته شده در بالا، می تواند به عنوان یک کامپوننت در افزونه گرسهاپر مورد استفاده قرار گیرد. تصویر ۱۶، این کامپوننت را نشان می دهد که سمت چپ آن

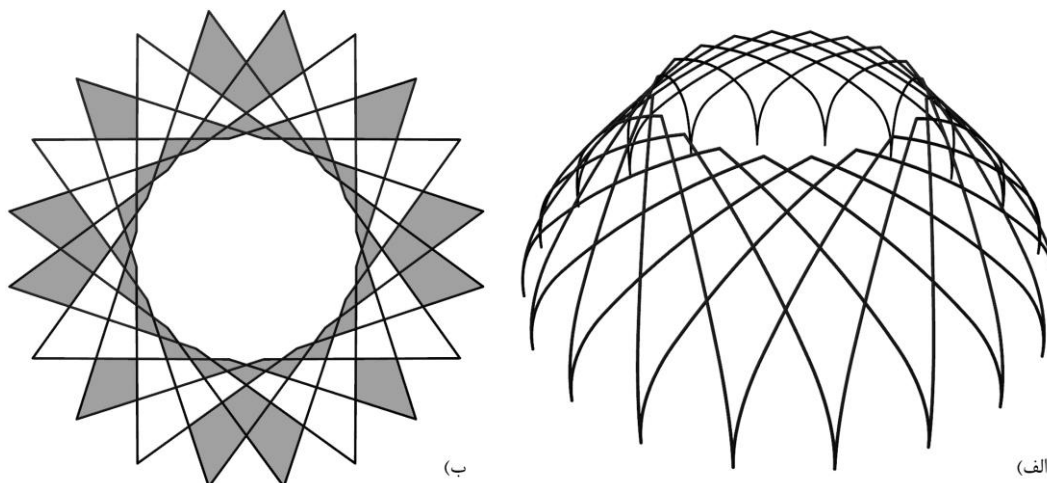
شعاع شمسه^۱ و قوس مقطع^۲ می‌توان یک کاربردی را مدل‌سازی کرد و با کنترل پارامترها به ترکیب نهایی موردنظر رسید.



تصویر ۱۷: ایجاد کاربردی دوپا ۲۰ قالب شاقولی با تعیین دو ورودی تعداد تقسیمات و قوس مقطع (مأخذ: نگارندگان)

نمایش داده شوند تا بتوان کاربردی موردنظر را از میان آنها استخراج کرد. با حذف بخش‌های مشخص شده در تصویر ۱۸-ب، به کاربردی تصویر ۱۹-الف دست می‌یابیم که دقیقاً همان کاربردی ایوان مقبره خواجه ربیع است. بدین ترتیب، با استفاده از این کامپوننت و با تعیین و کنترل پارامترهای ورودی الگوریتم، کاربردی موردنظر بدون نیاز به طی مراحل ترسیم دستی، مدل‌سازی شد.

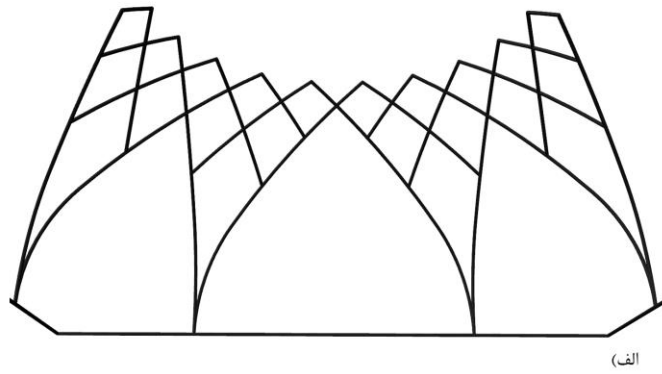
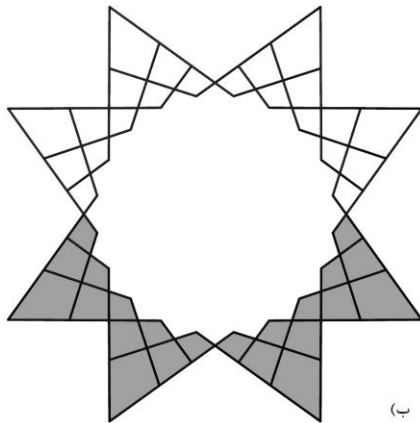
برای مدل‌سازی کاربردی ایوان مقبره خواجه ربیع با استفاده از این الگوریتم، لازم است تعداد تقسیمات برای کاربردی دوپا برابر ۲۰ و قوس مقطع از نوع «پنج‌اوهفت» در نظر گرفته شود. با این تنظیمات، ابتدا یک کاربردی ۲۰ دوپا با قالب سرسفت، مطابق با آنچه در کتاب شعرباف آمده است، ایجاد می‌گردد (تصویر ۱۷). اما این کاربردی صرفاً از نظر تعداد اضلاع با کاربردی ایوان خواجه ربیع همخوانی دارد. بنابراین، لازم است سایر اضلاع حذف‌شده کاربردی نیز



تصویر ۱۸: ایجاد تمامی اضلاع یک کاربردی (ستاره ۲۰ ضلعی در پلان). (الف) خروجی الگوریتم در صورت نمایش بخش‌های حذفی. (ب) بخش‌های نیازمند حذف از ستاره ۲۰ ضلعی کامل برای رسیدن به کاربردی ایوان خواجه ربیع (مأخذ: نگارندگان)

1. InnerRadius

2. Half_Arch



تصویر ۱۹: مدل سازی نهایی کاربردی ایوان. الف) مدل سه بعدی نهایی ایجاد شده. ب) کاربردی مورد نظر در پلان و نمایش نیم دیگر این کاربردی (مأخذ: نگارندگان)

اعمال منطق هندسی کاربردی بر صفحات فرم آزاد

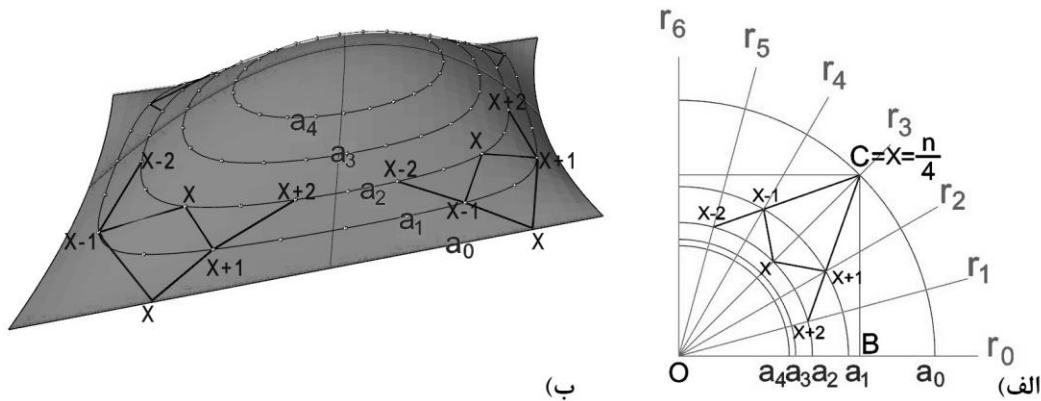
تا به اینجا، منطق ایجاد کاربردی به صورت الگوریتمیک تدوین شده است. همان گونه که پیشتر توضیح داده شد، با ایجاد تغییر در ساختار یک الگوریتم می توان نتایج خروجی را کنترل کرد یا خروجی های جدیدی پدید آورد. بنابراین، در صورت وجود مجموعه ای از نقاط با آرایشی مشابه آنچه در مراحل ترسیم کاربردی در پلان شرح داده شد، می توان منطق اتصال نقاط را بر روی آنها اعمال کرد. اگر این نقاط در فضایی سه بعدی قرار داشته باشند، نتیجه اتصال آنها به یکدیگر به یک مدل سه بعدی خواهد انجامید.

برای انتقال هندسه کاربردی از فضای دوبعدی پلان به روی پوسته ای با فرم آزاد، کافی است مجموعه ای از نقاط با ویژگی های یاد شده بر روی آن پوسته ایجاد شود تا بتوان آنها را به یکدیگر متصل کرد. به عنوان نمونه، تصویر ۲۰ یک صفحه فرم آزاد را نشان می دهد که بر روی آن منحنی های بسته ای تشکیل شده است. با تقسیم این منحنی ها به تعداد تقسیمات کاربردی، مجموعه ای از نقاط در فضای سه بعدی و بر روی این پوسته ایجاد می شود که آرایشی مشابه با نقاط اتصال در فرایند ترسیم کاربردی دارد. به بیان دیگر، هر یک از این منحنی ها می توانند جایگزین نیم دایره ها در مراحل ترسیم شوند و نقاط روی این منحنی ها معادل همان نقاطی

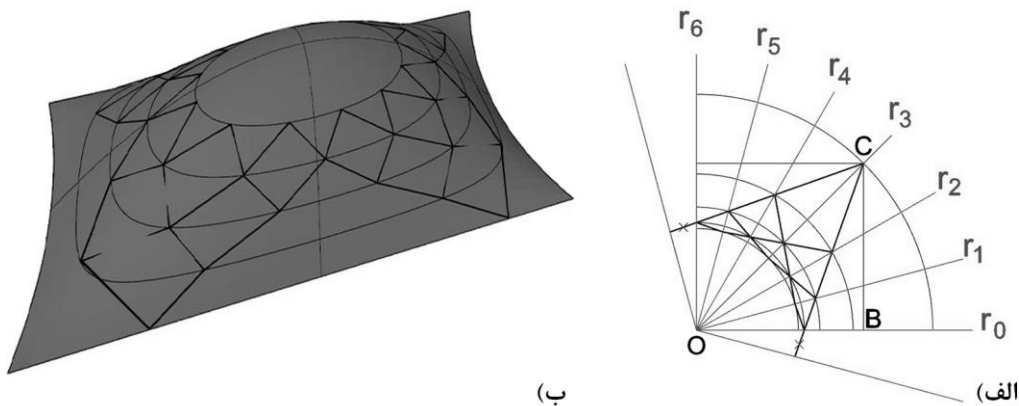
هستند که در تصویر ۲۰-الف برای ترسیم کاربردی به کار رفته اند.

در اینجا باید بالاترین یا پایین ترین منحنی را به عنوان نقطه آغاز برای اتصال نقاط انتخاب کرد و سپس، مانند تصویر ۲۱، نقاط را با همان منطق کاربردی به یکدیگر متصل نمود. کاربردی انتخاب شده برای این بخش از نوع یک پا است. در نهایت، با اتصال تمامی نقاط، منطق هندسی کاربردی از فضای دوبعدی به نقاطی در فضای سه بعدی انتقال می یابد که بر اساس شکل پوسته فرم آزاد شکل گرفته اند. تصویر ۲۲ نتیجه اعمال هندسه یک کاربردی یک پا با تعداد تقسیمات ۴۸ را بر روی یک پوسته فرم آزاد نشان می دهد.

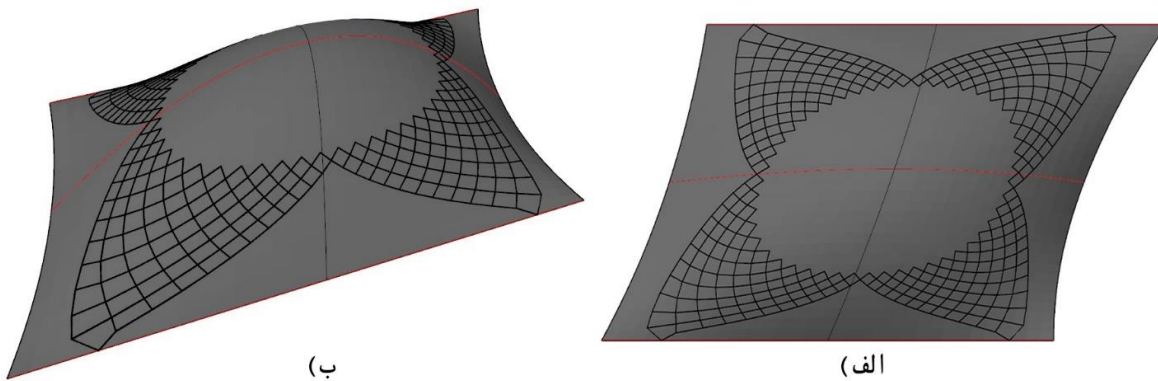
مطابق آنچه شرح داده شد، الگوریتم نویسی این امکان را فراهم آورد که هندسه کاربردی در فضایی با هندسه متفاوت و ناقلیدسی نیز به کار گرفته شود. شیوه انتقال این هندسه بر روی صفحه فرم آزاد، حاصل ساختار ایجاد شده برای الگوریتم است که بر اساس آن می توان بخش هایی از الگوریتم را با گزینه های دیگر جایگزین کرد. بدیهی است که روش های متفاوت و دقیق تری نیز ممکن است برای این منظور یافت شود. جدول ۱ نمونه های متنوعی از کاربردی ها را با پارامترهای ورودی مختلف نمایش می دهد.



تصویر ۲۰: اعمال هندسه کاربردی یک‌پا بر پوسته فرم آزاد. جایگزینی نیم‌دایره‌ها در تصویر سمت راست (الف) با منحنی‌های روی پوسته در تصویر سمت چپ (ب) و اعمال منطق اتصال نقاط بر آن‌ها $n=12$ (مأخذ: نگارندگان)

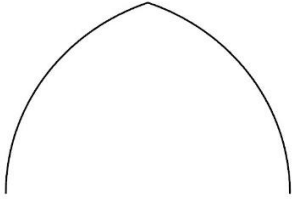
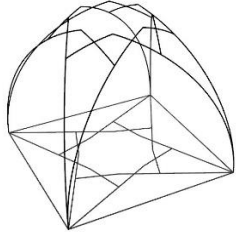
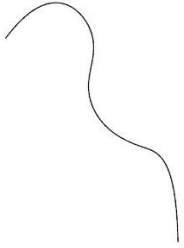
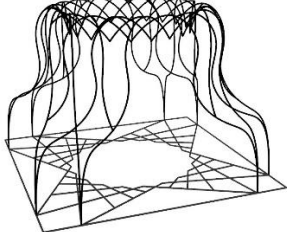
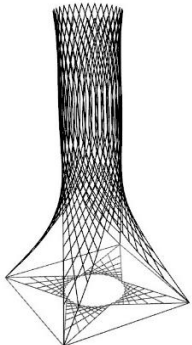
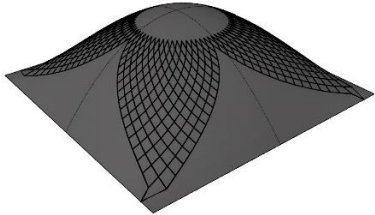
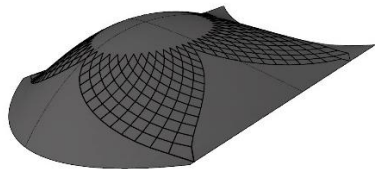


تصویر ۲۱: اعمال هندسه کاربردی یک‌پا بر پوسته فرم آزاد. اتصال مرحله‌به‌مرحله نقاط ایجاد شده بر روی پوسته سمت چپ (ب) مطابق با شیوه اتصال نقاط در هندسه دوبعدی سمت راست (الف) $n=12$ (مأخذ: نگارندگان)



تصویر ۲۲: اعمال هندسه یک کاربردی ۴۸ یک‌پا بر پوسته فرم آزاد. (الف) نمای از بالا. (ب) نمای سه‌بعدی (مأخذ: نگارندگان)
جدول ۱: نمونه‌هایی از انواع مدل‌های سه‌بعدی تولیدی توسط الگوریتم‌های ایجاد شده (مأخذ: نگارندگان)

شرایط	مقطع	کاربندی نهایی
-------	------	---------------

تعداد اضلاع: ۸ نوع: یک پا		
تعداد اضلاع: ۲۴ نوع: دو پا		
تعداد اضلاع: ۳۲ نوع: یک پا		
تعداد اضلاع: ۶۸ نوع: یک پا بر روی پوسته فرم آزاد	-	
تعداد اضلاع: ۵۲ نوع: یک پا بر روی پوسته فرم آزاد	-	

نتیجه‌گیری

معماری ایرانی گنجینه‌ای غنی از هندسه‌های متنوع را در خود جای داده که در طول تاریخ در ساخت بناها به کار گرفته شده‌اند. پیشرفت فناوری و ورود ابزارهای طراحی محاسباتی به عرصه معماری، فرصتی مغتنم فراهم آورده است تا بتوان روش‌های سنتی طراحی را بهبود بخشید و دامنه کاربرد آنها را گسترش داد. در این پژوهش، فرایند ایجاد هندسه کاربردی - به‌عنوان یکی از عناصر شاخص سه‌بعدی در معماری ایران - برای مدل‌سازی الگوریتمیک انتخاب شد.

در این راستا، ابتدا منطقی یکپارچه و مستقل از تعداد تقسیمات، برای کاربردی‌های یک‌پا و نیز کاربردی‌های دوپا با تقسیمات مضرب چهار استخراج گردید. سپس با استفاده از الگوریتم‌نویسی، این منطق به زبان قابل فهم برای رایانه تبدیل شد. این تبدیل - از حالت ترسیم دستی و گام‌به‌گام به فرایندی خودکار و الگوریتمیک - مزایا و قابلیت‌های زیر را در ارتباط با هندسه کاربردی به همراه داشت:

۱. ایجاد ابزاری شخصی سازی شده برای ترسیم کاربردی های یک پا و دوبا (مضارب چهار) با هر ابعاد دلخواه از دهانه، بدون نیاز به تکرار مراحل ترسیم؛

۲. امکان ترسیم کاربردی با هر تعداد تقسیمات و رفع محدودیت های سنتی در انتخاب تعداد اضلاع؛

۳. قابلیت استفاده از هر یک از قوس های موجود در سنت یا اختصاص مقاطع دلخواه به عنوان قوس مقطع برای ایجاد

کاربردی سه بعدی هندسه

۴. امکان اعمال هندسه کاربردی بر روی پوسته های فرم آزاد، به واسطه استخراج منطق اتصال نقاط از الگوریتم ها و قابلیت به کارگیری آن برای هر آرایشی از نقاط در فضای سه بعدی.

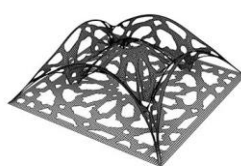
ویژگی های متنوع طراحی الگوریتمیک، در ترکیب با اراده طراحان برای کشف راه حل های نوین، به گسترش نامحدود انتخاب های پیش روی طراحان، افزایش سرعت طراحی و بهبود کیفیت نتایج می انجامد. پژوهش حاضر با انتخاب هندسه کاربردی به عنوان اساس تحقیق و تلاش برای گسترش آن با ابزارهای طراحی الگوریتمیک، کوشیده است با ایجاد نگاهی نو به هندسه معماری سنتی ایران، بهره گیری از این میراث را با ابزارهای امروزی تسهیل کند.

با استفاده از الگوریتم توسعه یافته می توان کاربردی را با دقت بالا مدل سازی کرد و تغییرات مورد نظر را بدون نیاز به

طی مجدد فرایند ترسیم اعمال نمود. این ویژگی، الگوریتم را برای کاربرد در زمینه مرمت آثار تاریخی نیز مناسب می سازد؛ زیرا با مدل سازی دقیق یک کاربردی موجود و تطبیق آن با شرایط کنونی بنا، می توان به بخش های تخریب شده دسترسی یافت و آنها را بازسازی کرد.

از دیگر کاربردهای قابل تصور برای این بستر، بررسی عملکرد سازه های کاربردی با در نظر گرفتن پارامترهای ورودی الگوریتم به عنوان متغیرهای پژوهش است. برای نمونه، می توان با ثابت نگه داشتن عرض دهانه، تعداد تقسیمات و قوس مقطع، تأثیر تغییر شعاع شمشه را بر رفتار سازه های کاربردی بررسی کرد. یا با ثابت فرض کردن تقسیمات، عرض دهانه و شعاع شمشه، قوس های مختلف موجود در سنت را از نظر عملکرد سازه های در یک کاربردی مورد آزمون قرار داد.

زمینه دیگری که می تواند موضوع پژوهش های آتی قرار گیرد، بررسی عملکرد هندسه کاربردی در شرایطی است که بر روی یک پوسته فرم آزاد اعمال می شود. در این حالت، با سازه های فضاکار و تک لایه مواجهیم که ساختاری مشابه هندسه کاربردی دارد. تصویر ۲۳ نمونه ای از انتقال یک گره ایرانی بر روی پوسته فرم آزاد بهینه سازی شده را نشان می دهد^۱ که با شیوه ای متفاوت بر روی پوسته تصویر شده است. در پژوهش های آتی می توان با بهره گیری از الگوریتم ارائه شده، به بررسی عملکرد سازه های کاربردی در چنین شرایطی پرداخت.



1. pattern conversion

2. form finding based on pattern geometry

3. image processing

3. structural analysis

تصویر ۲۳: نمونه انتقال گره ایرانی بر روی پوسته فرم آزاد و بررسی سازه فضاکار نهایی از نظر عملکرد سازه های با استفاده از Karamba (URL 3)

References

Albayrak, C. (2011). *Performative architecture as a guideline for the transformation of the Defence Line of Amsterdam* (Master's thesis, Computational

قدردانی

نویسندگان، مراتب قدردانی خود را نسبت به مهدی سهیلی فرد در راستای شکل گیری ایده اولیه مقاله، ابراز می دارند.

۱. ورکشاپ Functional X برگزار شده در رویداد DigitalFuture 2021. خروجی شرکت کننده: محمدحسین کریمیان.

8–28.

<https://doi.org/10.1016/j.destud.2015.08.006>

Lee, J.-Y., Lee, H.-K., & Kim, Y. (2015). Study of the control of geometric pattern using digital algorithms: Focus on analysis and application of the Islamic star pattern. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2015, 1–14.

<https://doi.org/10.1155/2015/950232>

Mohaghegh, H., Fallah Zavareh, Z., Tarkashvand, A., & Faizi, M. (2021). Application of Islamic geometric patterns in improving the performance of daylighting in kinetic façades. *Journal of Research in Islamic Architecture*, 9(3), 171–191. (in Persian with English abstract)

<http://jria.iust.ac.ir/article-1-1187-en.html>

Mohamadian Mansoor, S., & Faramarzi, S. (2012). Typology and the formulating geometric structure of Karbandi in Iran's architecture. *Journal of Fine Arts: Architecture & Urban Planning*, 3(4), 81–96. (in Persian with English abstract)

https://jfaup.ut.ac.ir/article_29680.html?lang=en

Mostaghni, A., & Alimoradi, M. (2016). Analysis of the application of nature geometry and fractals in parametric architecture: The interior ornament of the dome of Sheikh Lotfollah Mosque. *Journal of Architecture and Urban Planning*, 8(16), 103–122.

<https://doi.org/10.30480/aup.2016.284>

Mutaz, T., Hassan, A., & Al-Tamimi, A. (2021). The revival of the historic Islamic geometric pattern on the gate of the Al-Sharabeya School in Wasit City using the Grasshopper program. *Periodicals of Engineering and Natural Sciences*, 9, 389–399.

<http://dx.doi.org/10.21533/pen.v9i2.1817>

Nejad Ebrahimi, A., Shahbazi, Y., & Amjad Mohammadi, A. (2017). Structural typology of Karbandi and Rasmibandi in Persian architecture based on the place and method of usage. *CIAUJ*, 3(1), 25–41. (in Persian

Design and Fabrication Technologies in Architecture). Faculty of Architecture, Delft University of Technology. <http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12613096/index.pdf>

Amjad Mohammadi, A., Nejhad Ebrahim, A. I., & Shahbazi, Y. (2020). The geometry of Karbandi in Persian architecture: Response to the challenges of conventional and stellar Karbandi. *Journal of Research in Islamic Architecture*, 8(1), 4–26. (in Persian with English abstract) <http://jria.iust.ac.ir/article-1-1268-fa.html>

Bozorgmehri, Z. (2006). *Geometry in Persian architecture*. Tehran: Publication of the National Organization for the Protection of Antiquities of Iran. (in Persian)

<https://sid.ir/paper/448097/fa>

Caetano, I., Leitão, A., & Santos, L. P. (2020). Computational design in architecture: Defining parametric, generative, and algorithmic design. *Frontiers of Architectural Research*, 9, 287–300. <https://doi.org/10.1016/j.foar.2019.12.008>

Caetano, I., & Leitão, A. (2020). Architecture meets computation: An overview of the evolution of computational design approaches in architecture. *Architectural Science Review*, 63, 74–165. <https://doi.org/10.1080/00038628.2019.1680524>

Frazer, J. (1995). *An evolutionary architecture*. London: Architectural Association Publications. <https://books.google.com.sg/books?id=KjGwpi5Glt0C>

Ibrahim, M. M. (2021). *The design of an innovative automatic computational method for generating geometric Islamic visual art with aesthetic beauty* (Doctoral dissertation). Faculty of Architecture, University of Bedfordshire.

<http://hdl.handle.net/10547/625007>

Knight, T., & Stiny, G. (2015). Making grammars: From computing with shapes to computing with things. *Design Studies*, 41,

URL 3: Fard, M. (2022, January 6). Functional X (Paradigms in design + coding in Python). *Medium*. Retrieved from <https://mahdifard.medium.com/functional-x-paradigms-in-design-coding-in-python-2b132ce2c42>

with English abstract) <http://ciauij-tabriziau.ir/article-1-175-en.html>

Oxman, R. (2006). Theory and design in the first digital age. *Design Studies*, 27, 229–265.

<https://doi.org/10.1016/j.destud.2005.11.002>

Otto, F., & Rasch, B. (1996). *Finding form: Towards an architecture of the minimal*. Fellbach: Edition Axel Menges.

Rasouli, P., & Bastanfard, A. (2010). A new approach to 2D Yazdibandi in Islamic geometry. *2nd International Conference on Software Technology and Engineering*, IEEE, V2-344–V2-349.

<https://doi.org/10.1109/ICSTE.2010.5608791>

Reyhani Hamedani, H., Mohammadian Mansoor, S., Afshinmehr, V., & Bemanian, M. R. (2018). Mathematical analysis of simple Karbandy in Iranian architecture. *Pazhoheshha-ye Bastan Shenasi Iran*, 8(17), 201–220. (in Persian with English abstract) <https://doi.org/10.22084/nbsh.2017.13894.1607>

Sha'arabaf, A. (2006). Gereh and Karbandi. Tehran: Sobhan Noor. (in Persian)

Shahbazi, Y., Zadeh, A. A., & Gholami, M. (2017). Parameterization of geometric patterns of Islamic-Iranian space structure domes: Case study of Shabdari arc. *Naqshejahan*, 6, 1–25. (in Persian with English abstract)

<http://bsnt.modares.ac.ir/article-2-1390-fa.html>

URL 1: Wikimedia Commons contributors. (2021, November 19). *File: Khaj Rabi 2.jpg*. Wikimedia Commons. Retrieved from https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Khaj_rabi_2.jpg&oldid=608329337

URL 2: Wikimedia Commons contributors. (2022, October 15). *File: آرامگاه خواجه ربیع (17).jpg*. Wikimedia Commons. <https://commons.wikimedia.org/>